



30⁺年创始人专注教育行业

全品学练考

AI智慧
教辅

主编
肖德好

练习册

高中数学

必修第二册 RJA



本书为AI智慧教辅

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪题不会选哪题；随时随地想聊就聊，想问就问。



长江出版传媒
崇文书局

01

目录设置符合一线上课需求，详略得当，拓展有度

8.5 空间直线、平面的平行

8.5.1 直线与直线平行

8.5.2 直线与平面平行

第1课时 直线与平面平行的判定

第2课时 直线与平面平行的性质

8.5.3 平面与平面平行

第1课时 平面与平面平行的判定

第2课时 平面与平面平行的性质

滚动习题(六) [范围 8.4~8.5]

8.6 空间直线、平面的垂直

8.6.1 直线与直线垂直

8.6.2 直线与平面垂直

第1课时 直线与平面垂直的判定

第2课时 线面角、直线与平面垂直的性质

第3课时 空间距离与线面垂直的综合问题

8.6.3 平面与平面垂直

第1课时 平面与平面垂直的判定

第2课时 平面与平面垂直的性质

拓展微课(二) 立体几何中的截面问题

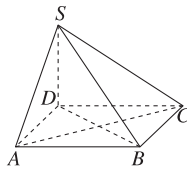
滚动习题(七) [范围 8.5~8.6]

02

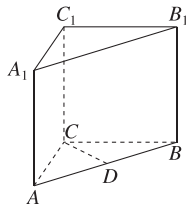
【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ 探究点二 证明直线与平面垂直

例2 [教材 P152 练习 T2] 如图，四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是菱形， $SD \perp$ 平面 $ABCD$ ，求证： $AC \perp$ 平面 SDB 。



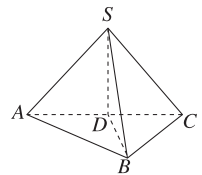
变式1 如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，点 D 是 AB 的中点， $AA_1 \perp$ 平面 ABC ， $AC = BC$ ，求证： $CD \perp$ 平面 ABB_1A_1 。



变式2 如图，在三棱锥 $S-ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， D 是 AC 的中点，且 $SA = SB = SC$ 。

(1) 求证： $SD \perp$ 平面 ABC ；

(2) 若 $AB = BC$ ，求证： $BD \perp$ 平面 SAC 。



【素养小结】

(1) 利用直线与平面垂直的判定定理判定直线与平面垂直的一般步骤：

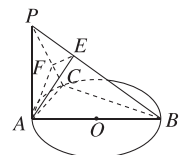
- ① 在这个平面内找两条直线，使它们和已知直线垂直；
- ② 确定这个平面内的两条直线是相交直线；
- ③ 根据判定定理得出结论。

(2) 证明线面垂直的常用方法除利用判定定理外，还可用以下结论：

- ① $a \parallel b, a \perp \alpha \Rightarrow b \perp \alpha$ ；
- ② $\alpha \parallel \beta, a \perp \alpha \Rightarrow a \perp \beta$ 。

拓展 (多选题) [教材 P165T20 改编] 如图， PA 垂直于圆 O 所在的平面， AB 是圆 O 的直径， C 是圆 O 上异于 A, B 的一点， E, F 分别是 PB, PC 上的点，且 $AE \perp PB, AF \perp PC$ ，给出下列结论，其中正确的有 ()

- A. $BC \perp$ 平面 PAC
- B. $AF \perp$ 平面 PCB
- C. $EF \perp PB$
- D. $AE \perp$ 平面 PCB



03

本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ 题型二 向量的数量积运算

[类型总述] (1)平面向量数量积的运算;(2)用数量积求向量的模、夹角.

例 2 (1)[2024·厦门双十中学高一月考] 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=2AD=4$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} =$ ()

- A. -12 B. -8
C. 8 D. 12

(3)[2025·全国二卷] 已知平面向量 $a=(x, 1)$, $b=(x-1, 2x)$, 若 $a \perp (a-b)$, 则 $|a| =$ _____.

◆ 题型四 余弦定理、正弦定理

[类型总述] (1)应用余弦定理、正弦定理解三角形;(2)余弦定理、正弦定理的综合应用;(3)余弦定理、正弦定理的实际应用.

例 5 [2024·新课标 I 卷] 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sin C = \sqrt{2} \cos B, a^2 + b^2 - c^2 = \sqrt{2}ab$.

- (1)求 B ;
(2)若 $\triangle ABC$ 的面积为 $3 + \sqrt{3}$, 求 c .

04

科学分层设置作业，注重难易比例分配，兼顾基础性和综合性应用

基础巩固

1. 已知 $a=(3, -2), b=(-2, 1)$, 则 $a \cdot b$ 的值为 ()

- A. -4 B. 7
C. -6 D. -8

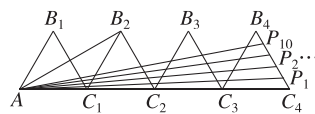
综合提升

10. [2025·湖南邵阳高一期中] 定义 $a \otimes b = |a|^2 - a \cdot b$. 若向量 $a=(2, \sqrt{5})$, 向量 b 为单位向量, 则 $a \otimes b$ 的取值范围是 ()

- A. $[0, 6]$ B. $[6, 12]$
C. $[0, 6]$ D. $(-1, 5)$

思维探索

15. [2025·南通高一期中] 如图, 四个边长均相等的等边三角形有一条边在同一条直线上, 边 B_1C_4 上有 10 个不同的点 P_1, P_2, \dots, P_{10} , 记 $m_i = \overrightarrow{AB_2} \cdot \overrightarrow{AP_i}$ ($i=1, 2, 3, \dots, 10$), 若 $m_1 + m_2 + \dots + m_{10} = 180$, 则等边三角形的边长为 _____.



05

精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

► 滚动习题 (一)

范围 6.1~6.2

(时间:45 分钟 分值:105 分)

一、单项选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

1. 若点 O 是平行四边形 $ABCD$ 的两条对角线的交点, 则 $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CB} =$ ()
A. \overrightarrow{AB} B. \overrightarrow{BC}
C. \overrightarrow{CD} D. $\mathbf{0}$

二、多项选择题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分)

8. 设 a, b 都是非零向量, 则下列说法中正确的是 ()
A. 若 a, b 的夹角为钝角, 则 $a \cdot b < 0$
B. 若 $|a-b| = |a+b|$, 则 $a \perp b$
C. 若 $a \cdot b > 0$, 则 a, b 的夹角为锐角
D. 若 $a = 2b$, 则 $a+b$ 与 $a-3b$ 同向

三、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分)

10. 已知向量 a 与 b 满足 $|a|=5, |b|=4$, 且 $a \cdot b = 10$, 则 a 与 b 的夹角为 _____.

四、解答题(本大题共 3 小题,共 43 分)

13. (13 分)[2025·福建莆田高一阶段练] 设 a, b 是不共线的两个非零向量.

- (1)若 $\overrightarrow{OA} = 4a - 2b, \overrightarrow{OB} = 6a + 2b, \overrightarrow{OC} = 2a - 6b$, 求证: A, B, C 三点共线;
(2)已知向量 a, b 满足 $|a|=5, |b|=4, (a+b) \perp b$, 求 $|2a+b|$.

CONTENTS 目录

06 第六章 平面向量及其应用

PART SIX	
6.1 平面向量的概念	001
6.1.1 向量的实际背景与概念	001
6.1.2 向量的几何表示	001
6.1.3 相等向量与共线向量	001
6.2 平面向量的运算	003
6.2.1 向量的加法运算	003
6.2.2 向量的减法运算	005
6.2.3 向量的数乘运算	007
6.2.4 向量的数量积	009
第1课时 向量数量积的定义、投影向量	009
第2课时 向量数量积的运算律	011
🔗 滚动习题(一) [范围 6.1~6.2]	013
6.3 平面向量基本定理及坐标表示	015
6.3.1 平面向量基本定理	015
6.3.2 平面向量的正交分解及坐标表示	017
6.3.3 平面向量加、减运算的坐标表示	017
6.3.4 平面向量数乘运算的坐标表示	019
6.3.5 平面向量数量积的坐标表示	021
习题课 平面向量数量积的综合应用	023
🔗 滚动习题(二) [范围 6.3]	024
6.4 平面向量的应用	026
6.4.1 平面几何中的向量方法	026
6.4.2 向量在物理中的应用举例	026
6.4.3 余弦定理、正弦定理	028
1. 余弦定理	028
2. 正弦定理	030
第1课时 正弦定理	030
第2课时 正弦定理和余弦定理的综合问题	032
第3课时 正弦定理和余弦定理的应用	034
3. 余弦定理、正弦定理应用举例	036
🔗 滚动习题(三) [范围 6.4]	039

07 第七章 复数

PART SEVEN	
7.1 复数的概念	041
7.1.1 数系的扩充和复数的概念	041
7.1.2 复数的几何意义	043
7.2 复数的四则运算	045
7.2.1 复数的加、减运算及其几何意义	045
7.2.2 复数的乘、除运算	047
🔗 滚动习题(四) [范围 7.1~7.2]	048
7.3* 复数的三角表示	050
7.3.1 复数的三角表示式	050
7.3.2 复数乘、除运算的三角表示及其几何意义	050

08 第八章 立体几何初步

PART EIGHT	
8.1 基本立体图形	051
第1课时 多面体	051
第2课时 旋转体、组合体	053
8.2 立体图形的直观图	055
8.3 简单几何体的表面积与体积	057
8.3.1 棱柱、棱锥、棱台的表面积和体积	057
8.3.2 圆柱、圆锥、圆台、球的表面积和体积	059
第1课时 圆柱、圆锥、圆台的表面积和体积	059
第2课时 球的表面积和体积	061
拓展微课(一) 空间几何体与球外接、内切问题	063
🔗 滚动习题(五) [范围 8.1~8.3]	065
8.4 空间点、直线、平面之间的位置关系	067
8.4.1 平面	067
8.4.2 空间点、直线、平面之间的位置关系	069
8.5 空间直线、平面的平行	071
8.5.1 直线与直线平行	071
8.5.2 直线与平面平行	073
第1课时 直线与平面平行的判定	073
第2课时 直线与平面平行的性质	075

8.5.3 平面与平面平行	077
第1课时 平面与平面平行的判定	077
第2课时 平面与平面平行的性质	079
🔊 滚动习题(六) [范围 8.4~8.5]	081
8.6 空间直线、平面的垂直	083
8.6.1 直线与直线垂直	083
8.6.2 直线与平面垂直	085
第1课时 直线与平面垂直的判定	085
第2课时 线面角、直线与平面垂直的性质	087
第3课时 空间距离与线面垂直的综合问题	089
8.6.3 平面与平面垂直	091
第1课时 平面与平面垂直的判定	091
第2课时 平面与平面垂直的性质	093
拓展微课(二) 立体几何中的截面问题	095
🔊 滚动习题(七) [范围 8.5~8.6]	096

09 第九章 统计

PART NINE

9.1 随机抽样	099
9.1.1 简单随机抽样	099
9.1.2 分层随机抽样	101

9.1.3 获取数据的途径	104
9.2 用样本估计总体	106
9.2.1 总体取值规律的估计	106
第1课时 频率分布表和频率分布直方图	106
第2课时 统计图中的样本数据的分布	109
9.2.2 总体百分位数的估计	112
9.2.3 总体集中趋势的估计	115
9.2.4 总体离散程度的估计	118
🔊 滚动习题(八) [范围 9.1~9.2]	121

10 第十章 概率

PART TEN

10.1 随机事件与概率	124
10.1.1 有限样本空间与随机事件	124
10.1.2 事件的关系和运算	126
10.1.3 古典概型	128
10.1.4 概率的基本性质	130
10.2 事件的相互独立性	132
10.3 频率与概率	134
10.3.1 频率的稳定性	134
10.3.2 随机模拟	134
🔊 滚动习题(九) [范围 10.1~10.3]	137

■ 参考答案 (练习册) [另附分册 P139~P202]

■ 导学案 [另附分册 P203~P400]

测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第六章]	卷 01
单元素养测评卷(二) [第七章]	卷 03
单元素养测评卷(三) [第八章]	卷 05
单元素养测评卷(四) [第九章]	卷 07
单元素养测评卷(五) [第十章]	卷 11
模块素养测评卷 [全部章节]	卷 15
参考答案	卷 17

第六章 平面向量及其应用

6.1 平面向量的概念

6.1.1 向量的实际背景与概念

6.1.2 向量的几何表示

6.1.3 相等向量与共线向量

基础巩固

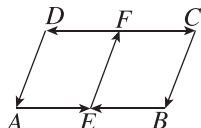
1. 下列量中是向量的为 ()

- A. 课桌的高度
- B. 一段路程的公里数
- C. 上课时老师敲击黑板的频率
- D. 小汽车受到路面的弹力

2. [2025·洛阳高一期中] 下列结论正确的是 ()

- A. 若 a 与 b 都是单位向量, 则 $a = b$
- B. 方向为南偏西 60° 的向量与方向为北偏东 60° 的向量是共线向量
- C. 直角坐标平面上的 x 轴、 y 轴都是向量
- D. 若 a 与 b 是平行向量, 则 $a = b$

3. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB, CD 的中点, 则图中所示的向量中与 \vec{AE} 平行的有 ()

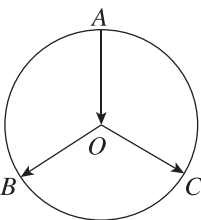


- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

4. [2025·湖北云学名校联盟高一联考] 已知非零向量 \vec{AB} 与 \vec{CD} 共线, 下列说法正确的是 ()

- A. \vec{AC} 与 \vec{BD} 共线
- B. \vec{AC} 与 \vec{BD} 不共线
- C. 若 $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$, 则 $\vec{AB} = \vec{CD}$
- D. 若 $|\vec{AB}| = 1$, 则 \vec{AB} 是一个单位向量

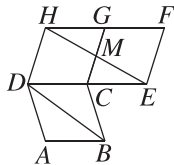
5. 如图, 在单位圆 O 中, 向量 $\vec{OB}, \vec{OC}, \vec{AO}$ 是 ()



- A. 有相同起点的向量
- B. 共线向量
- C. 模相等的向量
- D. 相等向量

6. (多选题) 如图所示, 四边形 $ABCD, CEF, G$, $DCGH$ 是全等的菱形, HE 与 CG 相交于点 M , 则下列结论一定成立的是 ()

- A. $|\vec{AB}| = |\vec{EF}|$
- B. \vec{AB} 与 \vec{FH} 共线
- C. \vec{BD} 与 \vec{EH} 共线
- D. \vec{DC} 与 \vec{EC} 共线

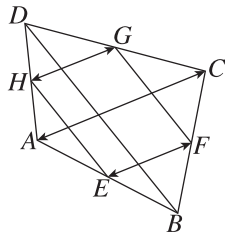


7. 已知 A, B, C 是不共线的三点, 向量 m 与向量 \vec{AB} 是平行向量, 与 \vec{BC} 是共线向量, 则 $m =$ _____.

8. 在四边形 $ABCD$ 中, 若 $\vec{AB} = \vec{DC}$, 则四边形 $ABCD$ 是 _____.

9. (13 分) 如图, E, F, G, H 分别是四边形 $ABCD$ 各边的中点, 分别指出图中:

- (1) 与向量 \vec{HG} 相等的向量;
- (2) 与向量 \vec{HG} 平行的向量;
- (3) 与向量 \vec{HG} 模相等的向量;
- (4) 与向量 \vec{HG} 模相等、方向相反的向量.



综合提升

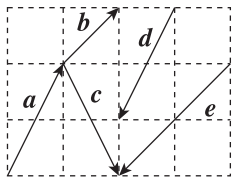
10. 一架飞机向西飞行 400 km, 再向东飞行 500 km, 如果记飞机飞行的路程为 s , 位移为 a , 那么 $s - |a| =$ ()

- A. 800 km B. 700 km
C. 600 km D. 500 km

11. (多选题) 已知 a 为非零向量, 集合 $A = \{b | b \text{ 是与 } a \text{ 共线的向量}\}$, $B = \{b | b \text{ 是与 } a \text{ 长度相等的向量}\}$, $C = \{b | b \text{ 是与 } a \text{ 长度相等且方向相反的向量}\}$, 则下列关系正确的是 ()

- A. $A \cap B = \{a\}$ B. $C \subseteq A$
C. $C \subseteq B$ D. $\{a\} \subseteq A \cap B$

12. 在如图(小正方形的边长为 1)所示的向量 a, b, c, d, e 中, 找出存在下列关系的向量:

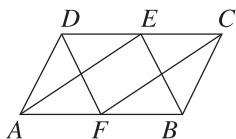


- ① 共线向量: _____;
② 方向相反的向量: _____;
③ 模相等的向量: _____.

13. [2025 · 贵州黔南州高一阶段练] 某人在平面上从 A 点出发向西行走了 60 m 到达 B 点, 然后改变方向, 向西偏北 60° 方向行走了 120 m 到达 C 点, 最后又改变方向, 向东行走了 60 m 到达 D 点, 则 $|\overrightarrow{AD}| =$ _____ m.

14. (15 分) 如图所示, 在平行四边形 ABCD 中, E, F 分别是 CD, AB 的中点.

- (1) 写出与向量 \overrightarrow{FC} 共线的向量;
(2) 求证: $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{FD}$.



思维探索

15. 已知在四边形 ABCD 中, $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ 且 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{BC}| = 2$, 则该四边形内切圆的面积是 _____.

16. (15 分) 一位模型赛车手遥控一辆赛车沿正东方向向前行进 1 米, 逆时针转变 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 继续按直线向前行进 1 米, 再逆时针转变 α , 按直线向前行进 1 米, 按此方法继续操作下去.

(1) 作示意图说明当 $\alpha = 45^\circ$ 时, 操作几次后赛车的位移为零向量;

(2) 按此操作方法使赛车行进一周后能回到出发点, α 应满足什么条件?

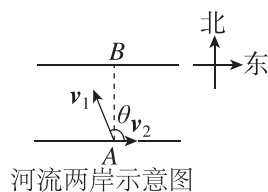
6.2 平面向量的运算

6.2.1 向量的加法运算

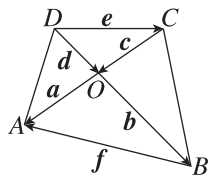
基础巩固

- 设向量 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{BC} = \mathbf{b}$, 则 $\overrightarrow{AC} =$ ()
 A. $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ B. $\mathbf{a} - \mathbf{b}$
 C. $-\mathbf{a} - \mathbf{b}$ D. $-\mathbf{a} + \mathbf{b}$
- 化简: $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC}$ 等于 ()
 A. \overrightarrow{AB} B. \overrightarrow{BA}
 C. $\mathbf{0}$ D. \overrightarrow{AC}
- 某人先向东走 3 km, 位移记为 \mathbf{a} , 接着再向北走 3 km, 位移记为 \mathbf{b} , 则 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 表示 ()
 A. 向东南走 $3\sqrt{2}$ km
 B. 向东北走 $3\sqrt{2}$ km
 C. 向东南走 $3\sqrt{3}$ km
 D. 向东北走 $3\sqrt{3}$ km
- 已知四边形 $ABCD$ 是梯形, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 则 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DO} =$ ()
 A. \overrightarrow{CD} B. \overrightarrow{DC}
 C. \overrightarrow{DA} D. \overrightarrow{DO}
- 若在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{BC} = \mathbf{b}$, 且 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = 1$, $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = \sqrt{2}$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()
 A. 等边三角形
 B. 锐角三角形
 C. 斜三角形
 D. 等腰直角三角形
- (多选题) 已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 均为非零向量, 下列说法正确的是 ()
 A. 若 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 反向, 且 $|\mathbf{a}| > |\mathbf{b}|$, 则 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 \mathbf{a} 同向
 B. 若 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 反向, 且 $|\mathbf{a}| > |\mathbf{b}|$, 则 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 \mathbf{b} 同向
 C. 若 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 同向, 则 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 \mathbf{a} 同向
 D. 若 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 同向, 则 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 \mathbf{b} 同向
- 在边长为 2 的正六边形 $ABCDEF$ 中, $|\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE}| =$ _____.

- [2025·淮安七校联盟高一期中] 长江流域内某地南北两岸平行, 已知游船在静水中的航行速度 v_1 的大小为 $|v_1| = 8$ km/h, 水流的速度 v_2 的大小为 $|v_2| = 3$ km/h, 如图, 设 v_1 与 v_2 的夹角为 θ ($0 < \theta < \pi$), 若游船从 A 航行到正北方向上位于北岸的码头 B 处, 则 $\cos \theta =$ _____.



- (13分) 如图所示, 求:
 (1) $\mathbf{a} + \mathbf{d}$; (2) $\mathbf{c} + \mathbf{b}$; (3) $\mathbf{e} + \mathbf{c} + \mathbf{b}$; (4) $\mathbf{c} + \mathbf{f} + \mathbf{b}$.



综合提升

- 已知点 P 为 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 当 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PC}$ 成立时, 点 P 位于 ()
 A. $\triangle ABC$ 的 AB 边上
 B. $\triangle ABC$ 的 BC 边上
 C. $\triangle ABC$ 的内部
 D. $\triangle ABC$ 的外部

班级

姓名

答题区

1

2

3

4

5

6

7

8

10

11

12

13

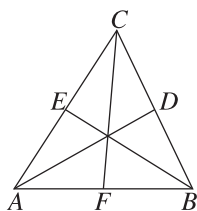
15

11. (多选题) 设 $a = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA})$, b 是任一非零向量, 则下列结论中正确的是 ()
- A. $a // b$
 B. $a + b = a$
 C. $a + b = b$
 D. $a + b < |a| + |b|$

12. 化简下列各式: ① $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$; ② $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MB}) + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OM}$; ③ $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO}$; ④ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}$. 其中结果为 $\mathbf{0}$ 的个数是 _____.

13. 一艘船在静水中航行速度的大小为 5 km/h, 河水的流速大小为 2 km/h, 则船实际航行速度的大小(单位: km/h)的取值范围是 _____.

14. (15 分) 如图, 已知 D, E, F 分别为 $\triangle ABC$ 的边 BC, AC, AB 的中点. 求证: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \mathbf{0}$.

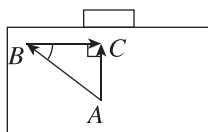


思维探索

15. 设 a, b, c 为非零向量, 若 $p = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|}$, 则 $|p|$ 的取值范围为 ()
- A. $[0, 1]$ B. $[1, 2]$
 C. $[0, 3]$ D. $[1, 3]$

16. (15 分) 如图, 在一场足球比赛中, 中场队员在点 A 位置得球, 将球传给位于点 B 的左边锋, 随即快速向前直向插上. 边锋得球后看到对方后卫上前逼抢, 于是将球快速横传至门前, 球到达点 C 时前插的中场队员正好赶到, 直接射门得分. 设 $BC = 30$ m, $\angle ABC = 37^\circ$. (取 $\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$)

- (1) 求中场队员从传球至射门这一过程中足球的位移;
 (2) 这一过程中中场队员的位移与球的位移是否相等?



6.2.2 向量的减法运算

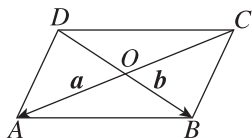
基础巩固

1. [2025·天津静海区高一阶段练] 在 $\triangle ABC$ 中, 下列四式中正确的个数为 ()

- ① $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$;
 ② $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$;
 ③ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$;
 ④ $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$.

- A. 1 B. 2
 C. 3 D. 4

2. 如图, 已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 交于点 O , 设 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$, 则 \overrightarrow{BC} 可以表示为 ()

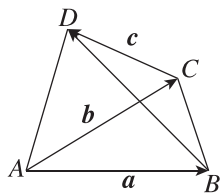


- A. $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ B. $\mathbf{a} - \mathbf{b}$
 C. $\mathbf{b} - \mathbf{a}$ D. $-\mathbf{a} - \mathbf{b}$

3. $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BE}) =$ ()

- A. \overrightarrow{DE} B. \overrightarrow{ED}
 C. \overrightarrow{CE} D. \overrightarrow{EC}

4. 如图, 记向量 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{CD} = \mathbf{c}$, 则向量 \overrightarrow{BD} 可以用 \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} 表示为 ()



- A. $\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c}$
 B. $\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}$
 C. $\mathbf{b} - \mathbf{a} + \mathbf{c}$
 D. $\mathbf{b} - \mathbf{a} - \mathbf{c}$

5. [2025·北京东城区高一阶段练] 在 $\triangle ABC$ 中, $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}|$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()

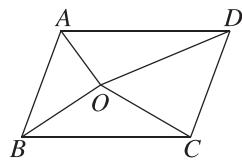
- A. 等边三角形 B. 直角三角形
 C. 钝角三角形 D. 等腰直角三角形

6. (多选题)[2025·德阳高一质检] 下列关于向量的加、减运算结果为 $\mathbf{0}$ 的是 ()

- A. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{AD}$
 B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CD}$
 C. $\overrightarrow{AB} - (\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC})$
 D. $\overrightarrow{NO} - \overrightarrow{PO} + \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP}$

7. 给出下列等式: ① $\mathbf{a} + \mathbf{0} = \mathbf{a}$; ② $\mathbf{b} + \mathbf{a} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$; ③ $-(-\mathbf{a}) = \mathbf{a}$; ④ $\mathbf{a} + (-\mathbf{a}) = \mathbf{0}$; ⑤ $\mathbf{a} + (-\mathbf{b}) = \mathbf{a} - \mathbf{b}$. 其中正确的序号为 _____.

8. 如图所示, 已知 O 为平行四边形 $ABCD$ 内一点, $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$, 则 $\overrightarrow{OD} =$ _____.



9. (13分) 化简:

- (1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DC}$;
 (2) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EA}$;
 (3) $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) - \overrightarrow{BC}$.

综合提升

10. 已知任意两个非零向量 \mathbf{a} , \mathbf{b} , 则 ()

- A. $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$
 B. $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| - |\mathbf{b}|$
 C. $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| - |\mathbf{b}|$
 D. $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$

11. (多选题) 已知 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且 $\angle BAC = 90^\circ$, 则有 ()

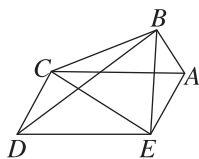
- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$
 B. $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}|$
 C. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}|$
 D. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| > |\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}| + |\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}|$

班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
10
11
12
13
15

12. 若 $|\vec{AB}| = 7$, $|\vec{AC}| = 4$, 则 $|\vec{BC}|$ 的取值范围是 _____.

13. [2025·陕西西安高一阶段练] 已知非零向量 a, b 满足 $|a| = |b| = |a-b|$, 则 $\frac{|a-b|}{|a+b|} =$ _____.

14. (15分) 如图, 在五边形 $ABCDE$ 中, 若四边形 $ACDE$ 是平行四边形, 且 $\vec{AB} = a$, $\vec{AC} = b$, $\vec{AE} = c$, 试用 a, b, c 表示向量 \vec{BD} , \vec{BC} , \vec{BE} , \vec{CD} 及 \vec{CE} .



思维探索

15. 若 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 且满足 $|\vec{OB} - \vec{OC}| = |\vec{OB} - \vec{OA} + \vec{OC} - \vec{OA}|$, 则 $\triangle ABC$ 是 _____ 三角形.

16. (15分) 已知 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$, M 是斜边 AB 的中点, 设 $\vec{CM} = a$, $\vec{CA} = b$. 求证:

(1) $|a-b| = |a|$;

(2) $|a+(a-b)| = |b|$.



6.2.3 向量的数乘运算

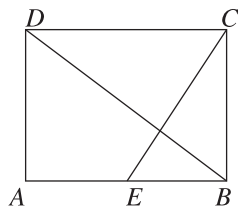
基础巩固

- $3(2a-4b) =$ ()
A. $5a+7b$ B. $5a-7b$
C. $6a+12b$ D. $6a-12b$
- 已知非零向量 a, b 满足 $a=4b$, 则 ()
A. $|a|=|b|$
B. $4|a|=|b|$
C. a 与 b 的方向相同
D. a 与 b 的方向相反
- [2025·蚌埠五河一中高一月考] 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 是 BC 的中点, 则 $\overrightarrow{DE} =$ ()
A. $\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
B. $-\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
C. $\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
D. $-\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
- 已知向量 a 与 b 不共线, $\overrightarrow{AB} = a + kb$, $\overrightarrow{AC} = ma - b$ ($k, m \in \mathbf{R}$), 若 \overrightarrow{AB} 与 \overrightarrow{AC} 共线, 则 k, m 应满足 ()
A. $k+m=0$ B. $k-m=0$
C. $km+1=0$ D. $km-1=0$
- (多选题) 已知 m, n 是实数, a, b 是向量, 则下列结论正确的是 ()
A. $m(a-b) = ma - mb$
B. $(m-n)a = ma - na$
C. 若 $ma = mb$, 则 $a = b$
D. 若 $ma = na$, 则 $m = n$
- (多选题) 已知向量 a, b 是两个非零向量, 在下列四个条件中, 一定能使 a, b 共线的是 ()
A. $2a - 3b = 4e$ 且 $a + 2b = -2e$
B. 存在相异实数 λ, μ , 使 $\lambda a - \mu b = 0$
C. 当 $x + y = 0$ 时, $xa + yb = 0$
D. 在梯形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{CD} = b$
- 已知 x, y 是实数, 向量 a, b 不共线, 若 $(y-2)a + (x-1)b = 0$, 则 $x + y =$ _____.
- 在四边形 $ABCD$ 中, 若 $\overrightarrow{AB} = 3e, \overrightarrow{CD} = -5e$, 且 $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$, 则四边形 $ABCD$ 的形状为 _____.

- (13分) (1) 化简: $\frac{2}{3}(a+b) - \frac{3}{5}(b-a) + \frac{1}{3}(0-a)$;
(2) 已知 i, j 为非零向量, 设向量 $a = 3i + 2j, b = 2i - j$, 求 $(\frac{1}{3}a - b) - (a - \frac{2}{3}b) + 2b - a$.

综合提升

- [2025·汕头高一期中] 在矩形 $ABCD$ 中, E 为线段 AB 的中点, 则 $\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{EC} =$ ()
A. $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD}$
B. $\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$
D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD}$
- [2025·江苏扬州高一阶段练] 已知 $\overrightarrow{AB} = a + 5b, \overrightarrow{BC} = -2a + 8b, \overrightarrow{CD} = 3a - 3b$, 则 ()
A. A, B, D 三点共线
B. A, B, C 三点共线
C. B, C, D 三点共线
D. A, C, D 三点共线

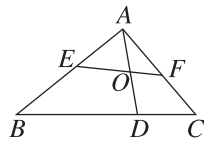


班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
10
11
12
13
15

12. [2025·湖南常德高一阶段练] 已知平面内不同的四个点 A, B, C, D , 且满足 $\overrightarrow{BA} = 3\overrightarrow{DB} - 3\overrightarrow{DC}$, 则 $\frac{|\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{BC}|} =$ _____.
13. 已知点 M 是 $\triangle ABC$ 内一点且 $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM}$, 若 $S_{\triangle ABC} = 3$, 则 $\triangle MBC$ 的面积为 _____.
14. (15分) 已知两个非零向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 不共线, 且 $\overrightarrow{OA} = 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}, \overrightarrow{OB} = \mathbf{a} + 2\mathbf{b}, \overrightarrow{OC} = k\mathbf{a} + 12\mathbf{b}$.
- (1) 若 $2\overrightarrow{OA} - 3\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$, 求 k 的值;
- (2) 若 A, B, C 三点共线, 求 k 的值.

思维探索

15. [2025·武汉高一期中] 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在线段 BC 上, 且 $2\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DB}$, 点 O 是线段 AD 的中点. 过点 O 的直线与边 AB, AC 分别交于点 E, F , 设 $\overrightarrow{AE} = \lambda\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AF} = \mu\overrightarrow{AC} (\lambda > 0, \mu > 0)$, 则 $2\lambda + 3\mu$ 的最小值为 ()



- A. $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{1+2\sqrt{3}}{3}$
- C. $\frac{4+\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{4+2\sqrt{3}}{3}$

16. (15分) 已知 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, D 为 BC 的中点.
- (1) 若 $2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$, 试判断向量 \overrightarrow{AO} 与 \overrightarrow{OD} 的关系, 并说明理由;
- (2) 若 E 为 AC 的中点, O 在线段 DE 上, 且 $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$, $\triangle BOC$ 的面积为 2, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

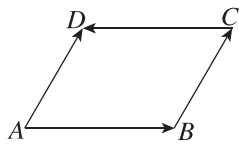
6.2.4 向量的数量积

第1课时 向量数量积的定义、投影向量

基础巩固

- 在正六边形 $ABCDEF$ 中, 向量 \overrightarrow{AB} 与 \overrightarrow{AD} 的夹角为 ()
 - $\frac{\pi}{6}$
 - $\frac{\pi}{3}$
 - $\frac{2\pi}{3}$
 - $\frac{5\pi}{6}$
- 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=3, BC=4, \angle ABC=60^\circ$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} =$ ()
 - 12
 - 6
 - 6
 - 12
- 下列说法中错误的是 ()
 - 对于任意向量 a , 都有 $\mathbf{0} \cdot a = 0$
 - 若 $a \cdot b = 0$, 则 $a = \mathbf{0}$ 或 $b = \mathbf{0}$
 - 对于任意向量 a, b , 都有 $|a \cdot b| \leq |a| |b|$
 - 若 a, b 共线, 则 $a \cdot b = \pm |a| |b|$
- 已知 $|a|=3, |b|=4, a \cdot b = -6$, 则向量 a 与 b 的夹角为 ()
 - $\frac{5\pi}{6}$
 - $\frac{2\pi}{3}$
 - $\frac{\pi}{3}$
 - $\frac{\pi}{6}$
- 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\triangle ABC$ 为钝角三角形”是“ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} > 0$ ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- (多选题) 已知两个不共线的单位向量 e_1, e_2 的夹角为 θ , 则下列说法正确的是 ()
 - e_1 在 e_2 上的投影向量为 $\cos \theta e_2$
 - $e_1 \cdot e_2 = 1$
 - $e_1^2 = e_2^2$
 - $(e_1 + e_2) \perp (e_1 - e_2)$

- 若 $|a|=2, b=-3a$, 则 $a \cdot b =$ _____.
- 正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 1, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} =$ _____.
- (13分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $|\overrightarrow{AB}|=4, |\overrightarrow{AD}|=3, \angle DAB=60^\circ$, 求:
 - $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$;
 - $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$;
 - $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$;
 - $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$.



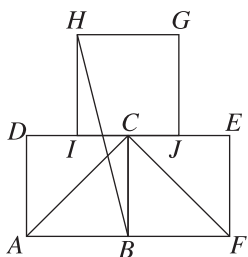
综合提升

10. 已知 O 是 $\triangle ABC$ 的外心, 满足 $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AO}$, $|\vec{OA}| = |\vec{AB}|$, 则向量 \vec{AB} 在向量 \vec{BC} 上的投影向量为 ()

- A. $\frac{3}{4}\vec{BC}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}\vec{BC}$
 C. $-\frac{1}{4}\vec{BC}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{4}\vec{BC}$

11. (多选题) 如图, I, J 分别为 CD, CE 的中点, 四边形 $ABCD$ 、四边形 $BCEF$ 和四边形 $GHIJ$ 均为正方形, 则 ()

- A. $\vec{CA} \cdot \vec{CF} = 0$
 B. \vec{HB} 在 \vec{AB} 上的投影向量为 $\frac{1}{2}\vec{AB}$
 C. $\vec{FA} \cdot \vec{AC} > 0$
 D. \vec{HB} 在 \vec{CB} 上的投影向量为 $2\vec{CB}$

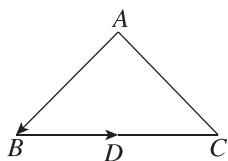


12. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2\sqrt{2}$, $AC = 1$, 向量 \vec{AB} 在向量 \vec{AC} 上的投影向量为 $-2\vec{AC}$, 则 $\angle A =$ _____.

13. 已知非零向量 a 和单位向量 b 满足 $a \perp b$, 且向量 $a + b$ 与 a 的夹角为 30° , 则 $|a| =$ _____.

14. (15分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 4$, $\angle BAC = 90^\circ$, D 是边 BC 的中点, 求:

- (1) \vec{AB} 在 \vec{BD} 上的投影向量;
 (2) \vec{BD} 在 \vec{AB} 上的投影向量.



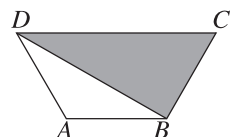
思维探索

15. 对任意两个非零的平面向量 α 和 β , 定义 $\alpha \circ \beta = \frac{\alpha \cdot \beta}{\beta \cdot \beta}$. 若平面向量 a, b 满足 $|a| \geq |b| > 0$, a 与 b 的夹角 $\theta \in (0, \frac{\pi}{4})$, 且 $a \circ b$ 和 $b \circ a$ 都在集合

$\{\frac{n}{2} \mid n \in \mathbf{Z}\}$ 中, 则 $a \circ b + b \circ a =$ ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. 2
 C. $\frac{5}{2}$ D. 3

16. (15分) 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $DA = AB = BC = \frac{1}{2}CD = 1$, 若点 P 在阴影区域内(含边界)运动, 求 $\vec{AP} \cdot \vec{BD}$ 的取值范围.



第2课时 向量数量积的运算律

基础巩固

1. 设向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 的夹角的余弦值为 $-\frac{1}{3}$, $|\boldsymbol{a}| = 2$, $|\boldsymbol{b}| = 3$, 则 $(2\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{b} =$ ()
 A. -23 B. 23
 C. -27 D. 27
2. 已知非零向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 满足 $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) \perp (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})$, 则 ()
 A. $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b}$ B. $|\boldsymbol{a}| = |\boldsymbol{b}|$
 C. $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$ D. $\boldsymbol{a} \parallel \boldsymbol{b}$
3. [2025·厦门高一期中] 已知 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 且 $|\boldsymbol{a}| = 2, |\boldsymbol{b}| = 4$, 则 $|2\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b}| =$ ()
 A. $4\sqrt{13}$ B. $4\sqrt{7}$
 C. 2 D. 10
4. [2025·滁州高一调研] 已知 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 是单位向量, 若 $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{b} = \frac{1}{2}$, 则向量 \boldsymbol{a} 与 \boldsymbol{b} 的夹角为 ()
 A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{5\pi}{6}$
 C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$
5. 已知向量 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, D 是 BC 的中点, $|\overrightarrow{AB}| = 2$, 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的值为 ()
 A. 1 B. 2
 C. -1 D. -2
6. (多选题)[2025·山东菏泽高一期中] 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1 , 向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 满足 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b} - \boldsymbol{a}$, 则 ()
 A. $|\boldsymbol{b}| = 1$
 B. $\cos\langle \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 C. $|\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}| = 1$
 D. $(2\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) \perp \boldsymbol{b}$
7. 若 $|\boldsymbol{a}| = 1, |\boldsymbol{b}| = \sqrt{2}, \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 1$, 则 $|\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}| =$ _____.
8. 已知 $|\boldsymbol{a}| = \sqrt{2}, |\boldsymbol{b}| = 1$, \boldsymbol{a} 与 \boldsymbol{b} 的夹角为 45° , 若 $t\boldsymbol{b} - \boldsymbol{a}$ 与 \boldsymbol{a} 垂直, 则实数 $t =$ _____.

9. (13分) 已知 $|\boldsymbol{a}| = 2, |\boldsymbol{b}| = 3$, \boldsymbol{a} 与 \boldsymbol{b} 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$.

- (1) 求 $(2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) \cdot (3\boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{b})$;
- (2) 若 $(m\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) \perp (\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{b}), (\boldsymbol{a} - n\boldsymbol{b}) \parallel (2\boldsymbol{a} + 6\boldsymbol{b})$, $m, n \in \mathbf{R}$, 求 $m - n$ 的值.

综合提升

10. 设两个向量 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2$ 满足 $|\boldsymbol{e}_1| = 2, |\boldsymbol{e}_2| = 1, \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2$ 的夹角为 60° , 若向量 $2t\boldsymbol{e}_1 + 7\boldsymbol{e}_2$ 与向量 $\boldsymbol{e}_1 + t\boldsymbol{e}_2$ 的夹角为钝角, 则实数 t 的取值范围是 ()
- A. $(-7, -\frac{1}{2})$
 - B. $(-7, -\frac{\sqrt{14}}{2}) \cup (-\frac{\sqrt{14}}{2}, -\frac{1}{2})$
 - C. $(-7, -\frac{\sqrt{14}}{2})$
 - D. $(-\frac{\sqrt{14}}{2}, -\frac{1}{2})$

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
10
11
12
13
15

11. (多选题)[2025·长春吉大附中高一月考] 已知向量 a, b, c 都是单位向量, $a - b - \sqrt{2}c = 0$, 则 ()

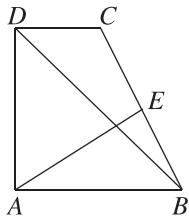
- A. $|a - b| = \sqrt{2}$
 B. $a \perp b$
 C. $|a + b + c| = \sqrt{3}$
 D. $a + b - c$ 与 b 共线

12. 设向量 a 与 b 的夹角为 θ , 定义 $a \ast b = |a \sin \theta + b \cos \theta|$. 已知向量 a 为单位向量, $|b| = \sqrt{2}, |a - b| = 1$, 则 $a \ast b =$ _____.

13. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长为 4, 6, 8, 其外心为 O , 则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{CA}$ 的值为 _____.

14. (15分)[2025·泉州七中高一期中] 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{DC}$, $\angle BAD = 90^\circ$, $AB = AD = 2$, E 为线段 BC 的中点, 记 $\overrightarrow{AB} = a$, $\overrightarrow{AD} = b$.

- (1) 用 a, b 表示向量 \overrightarrow{AE} ;
 (2) 求 $|\overrightarrow{AE}|$ 的值;
 (3) 求 \overrightarrow{AE} 与 \overrightarrow{BD} 夹角的余弦值.



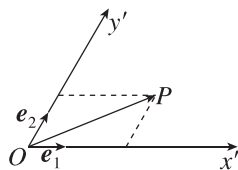
思维探索

15. [2025·河北保定高一阶段练] 已知平面向量 a, b, c 满足 $|a| = 1, |b| = 2, |c| = 4, 4a + 2b + c = 0$, 则 $a \cdot c =$ _____.

16. (15分) 如图, 设 Ox', Oy' 是平面内相交成 60° 角的两条数轴, e_1, e_2 分别是与 x' 轴、 y' 轴正方向同向的单位向量. 若向量 $\overrightarrow{OP} = xe_1 + ye_2$, 则把有序数对 (x, y) 叫作 \overrightarrow{OP} 在坐标系 $x'Oy'$ 中的坐标. 已知向量 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ 在坐标系 $x'Oy'$ 中的坐标分别为 $(2, 3), (4, 5)$.

(1) 求 $|\overrightarrow{AB}|$.

(2) 在 y' 轴上是否存在一点 C , 使得 $\triangle ABC$ 是以 AB 为斜边的直角三角形? 若存在, 求出点 C 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



滚动习题(一)

范围 6.1~6.2

(时间:45分钟 分值:105分)

一、单项选择题(本大题共7小题,每小题5分,共35分)

1. 若点 O 是平行四边形 $ABCD$ 的两条对角线的交点,则 $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CB} =$ ()

- A. \overrightarrow{AB} B. \overrightarrow{BC}
C. \overrightarrow{CD} D. $\mathbf{0}$

2. [2025·甘肃白银高一期末] 已知向量 a, b 满足 $|a|=2, |b|=3, a \cdot b=0$, 则 $|2a-b| =$ ()

- A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{5}$
C. 5 D. 4

3. 已知向量 a, b 满足 $|a|=2\sqrt{3}|b|$, 且 $\langle a, b \rangle = \frac{5\pi}{6}$, 则 a 在 b 上的投影向量为 ()

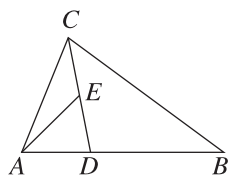
- A. $\sqrt{3}b$ B. $-\sqrt{3}b$
C. $3b$ D. $-3b$

4. [2025·浙江强基联盟高一月考] 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD =$

$\frac{1}{3}AB$, 点 E 是 CD 的中点, 设

$\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AC} = b$, 则 $\overrightarrow{AE} =$ ()

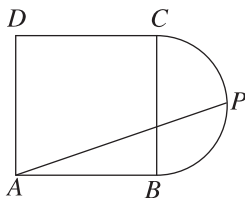
- A. $-\frac{1}{6}a + \frac{1}{2}b$ B. $\frac{1}{6}a - \frac{1}{2}b$
C. $-\frac{1}{6}a - \frac{1}{2}b$ D. $\frac{1}{6}a + \frac{1}{2}b$



5. 已知向量 $a, b, |a|=2, |b|=4$, 则“ a 与 b 共线”是“ $|a+b|=2$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

6. 如图, 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, P 为圆弧 BC (含端点) 上的动点, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP}$ 的取值范围为 ()



- A. $[2, 6]$ B. $[2, 3]$
C. $[4, 6]$ D. $[4, 8]$

7. [2025·永州高一期中] 已知圆 O 的半径为 2,

六边形 $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$ 是圆 O 的内接正六边

形, P 为圆 O 上的任意一点, 则 $|\overrightarrow{PP_1}|^2 +$

$|\overrightarrow{PP_2}|^2 + \dots + |\overrightarrow{PP_6}|^2 =$ ()

- A. 48 B. 36
C. 24 D. 52

二、多项选择题(本大题共2小题,每小题6分,共12分)

8. 设 a, b 都是非零向量, 则下列说法中正确的是 ()

- A. 若 a, b 的夹角为钝角, 则 $a \cdot b < 0$
B. 若 $|a-b| = |a+b|$, 则 $a \perp b$
C. 若 $a \cdot b > 0$, 则 a, b 的夹角为锐角
D. 若 $a = 2b$, 则 $a+b$ 与 $a-3b$ 同向

9. [2025·承德高一期中] 设点 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面内任意一点, 则下列结论正确的是 ()

- A. 若点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OC}$
B. 若 $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$, 则点 O 是 $\triangle ABC$ 的垂心
C. 若点 O 是 $\triangle ABC$ 的垂心, 则 $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO}) \cdot \overrightarrow{CO} = 0$
D. 若点 O 为 $\triangle ABC$ 的外心, 点 H 为 $\triangle ABC$ 的垂心, 则 $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$

三、填空题(本大题共3小题,每小题5分,共15分)

10. 已知向量 a 与 b 满足 $|a|=5, |b|=4$, 且 $a \cdot b = 10$, 则 a 与 b 的夹角为 _____.

11. 在四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = a + 2b, \overrightarrow{BC} = -4a - b, \overrightarrow{CD} = -5a - 3b$, 则四边形 $ABCD$ 的形状是 _____.

12. [2025·重庆高一阶段练] 已知平面向量 a, b 满足 $a \cdot b = 0, |a-b|=4$, 则 $2|a| + 3|b|$ 的取值范围是 _____.

班级
姓名
答题区
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

四、解答题(本大题共 3 小题,共 43 分)

13. (13 分)[2025·福建莆田高一阶段练] 设 \mathbf{a}, \mathbf{b} 是不共线的两个非零向量.

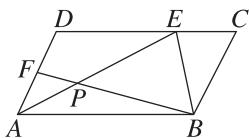
(1) 若 $\vec{OA} = 4\mathbf{a} - 2\mathbf{b}, \vec{OB} = 6\mathbf{a} + 2\mathbf{b}, \vec{OC} = 2\mathbf{a} - 6\mathbf{b}$, 求证: A, B, C 三点共线;

(2) 已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = 5, |\mathbf{b}| = 4, (\mathbf{a} + \mathbf{b}) \perp \mathbf{b}$, 求 $|2\mathbf{a} + \mathbf{b}|$.

14. (15 分) 如图, 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $\vec{DE} = 2\vec{EC}, 2\vec{AF} = \vec{AD}$, AE 和 BF 交于点 P .

(1) 用 \vec{AB}, \vec{AD} 表示向量 \vec{AP} ;

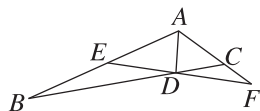
(2) 若 $\triangle BPE$ 的面积为 $S_1, \triangle APF$ 的面积为 S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值.



15. (15 分) 平面几何中有如下结论: “三角形 ABC 的角平分线 AD (D 在 BC 边上) 分对边所成的两段之比等于角的两边之比, 即 $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ ”. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3, AC = 1, AD$ 平分 $\angle BAC, D$ 在 BC 边上. 过点 D 作直线交 AB, AC 的延长线于不同两点 E, F , 且满足 $\vec{AE} = x\vec{AB} (0 < x < 1), \vec{AF} = y\vec{AC} (y > 0)$.

(1) 求 $\frac{1}{x} + \frac{3}{y}$ 的值;

(2) 若 $\angle BAC = 120^\circ$, 求 $\vec{EF} \cdot \vec{BC}$ 的最小值.



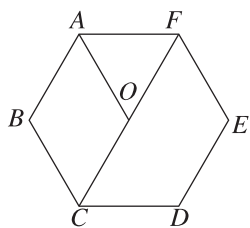
6.3 平面向量基本定理及坐标表示

6.3.1 平面向量基本定理

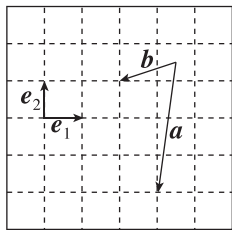
基础巩固

1. 如图所示,点 O 为正六边形 $ABCDEF$ 的中心,则能构成一个基底的向量是 ()

- A. \vec{OA}, \vec{BC} B. \vec{OA}, \vec{CD}
C. \vec{AB}, \vec{CF} D. \vec{AB}, \vec{DE}



第1题图



第2题图

2. 如图所示,用向量 e_1, e_2 表示向量 $a-b$ 为 ()

- A. $-4e_1 - 2e_2$ B. $-2e_1 - 4e_2$
C. $e_1 - 3e_2$ D. $3e_1 - e_2$

3. [2025·黄冈高一期中] 若 e_1, e_2 是平面内一组不共线的向量,则下列各组向量中,不能作为平面内所有向量的一个基底的是 ()

- A. e_1 与 $e_1 - e_2$
B. $e_1 + 2e_2$ 与 $2e_1 + e_2$
C. $e_1 - 2e_2$ 与 $e_1 + 2e_2$
D. $6e_1 - 3e_2$ 与 $e_2 - 2e_1$

4. [2025·萍乡高一期中] 在矩形 $ABCD$ 中, E 为 AB 的中点, F 为 CE 的中点,设 $\vec{AB} = a, \vec{AD} = b$,则 $\vec{AF} =$ ()

- A. $\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}b$ B. $\frac{1}{2}a - \frac{1}{4}b$
C. $\frac{3}{4}a + \frac{1}{2}b$ D. $\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b$

5. 设空间四点 O, A, B, P 满足 $\vec{OP} = \vec{OA} + t\vec{AB}$,其中 $0 < t < 1$,则 ()

- A. 点 P 在线段 AB 上
B. 点 P 在线段 AB 的延长线上
C. 点 P 在线段 BA 的延长线上
D. 点 P 不一定在直线 AB 上

6. (多选题)下列说法中正确的是 ()

- A. 平面向量的一个基底 $\{e_1, e_2\}$ 中, e_1, e_2 一定都是非零向量
B. 在平面向量基本定理 $a = \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2$ 中,若 $a = 0$,则 $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$

- C. 表示同一平面内所有向量的基底是唯一的

- D. 若单位向量 e_1, e_2 的夹角为 $\frac{3\pi}{4}$,则 e_1 在 e_2 上

的投影向量是 $-\frac{\sqrt{2}}{2}e_2$

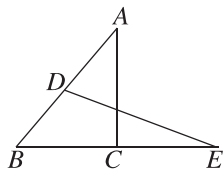
7. 已知 e_1 与 e_2 不共线, $\{e_1 - 2e_2, \lambda e_1 + e_2\}$ 是一个基底,则实数 λ 的取值范围是 _____.

8. 已知 A, B, C 三点共线,若 $\vec{DA} = 2\lambda\vec{DB} + 3\vec{CB}$,则 $\lambda =$ _____.

9. (13分) 如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 的中点, E 是 BC 延长线上一点,且 $BE = 2BC$.

(1) 用向量 \vec{BA}, \vec{BC} 表示 \vec{DE} ;

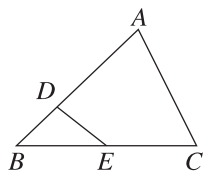
(2) 用向量 \vec{CA}, \vec{CB} 表示 \vec{DE} .



综合提升

10. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\vec{AD} = 2\vec{DB}, \vec{BE} = \vec{EC}$, 设 $\vec{AB} = a, \vec{AC} = b$, 则 $\vec{DE} =$ ()

- A. $-\frac{1}{6}a + \frac{1}{2}b$
B. $-\frac{1}{6}a + \frac{1}{3}b$
C. $-\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b$
D. $-\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b$



班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
10
11
12
13
15

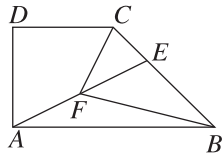
11. (多选题)[2025·杭州学军中学高一月考] 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB \perp AD$, $AB=2AD=2DC$, E 为 BC 边上一点,且 $\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{EC}$, F 为 AE 的中点,则 ()

A. $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

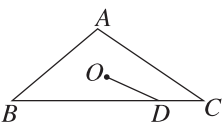
B. $\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

C. $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

D. $\overrightarrow{BF} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$



12. 如图,点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心,点 D 是边 BC 上一点,且 $\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{DC}$,若 $\overrightarrow{OD}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$,则 $\frac{m}{n} =$ _____.

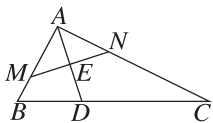


13. 在平行四边形 $ABCD$ 中,若 $|\overrightarrow{AB}|=2$, $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{2\overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AD}|} = \frac{\sqrt{5}\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$,则平行四边形 $ABCD$ 的面积为 _____.

14. (15分)[2025·厦门一中高一期中] 如图, $\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{BD}$, E 是线段 AD 的中点,过点 E 的直线 MN 交线段 AB 于 M ,交线段 AC 于 N ,设 $\overrightarrow{AM}=m\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN}=n\overrightarrow{AC}$.

(1) 求证: $\frac{2}{m} + \frac{1}{n}$ 为定值,并求出这个定值;

(2) 若 $|\overrightarrow{AB}|=3$, $|\overrightarrow{AC}|=6$,且 $AB \perp AC$, $AE \perp MN$,求 m, n 的值.



思维探索

15. (多选题)在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5$, $BC=6$, P 为 $\triangle ABC$ 内的一点, $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$,则下列说法正确的是 ()

A. 若 P 为 $\triangle ABC$ 的重心,则 $2x+y=1$

B. 若 P 为 $\triangle ABC$ 的外心,则 $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{BC}=18$

C. 若 P 为 $\triangle ABC$ 的垂心,则 $x+y=\frac{7}{16}$

D. 若 P 为 $\triangle ABC$ 的内心,则 $x+y=\frac{5}{8}$

16. (15分)如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 的中点, E 在边 AB 上,且 $BE=2EA$, AD 与 CE 交于点 O .

(1) 用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 表示 \overrightarrow{AO} ;

(2) 过点 O 作直线交线段 AB 于点 G ,交线段 AC 于点 H ,若 $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AH} = t\overrightarrow{AC}$,求 t 的值;

(3) 若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{EC}$,求 $\frac{AB}{AC}$ 的值.

